

Prueba de hipótesis

Problema 1

Un grupo de profesores, de cierto estado de la república, plantea una investigación acerca del aprendizaje de las ciencias naturales en la escuela primaria. Uno de los objetivos de la investigación es comparar el nivel de conocimientos, sobre esta materia, que tienen los niños de las zonas rurales de su estado con el que tienen los niños de las zonas urbanas del mismo estado. Para ello diseñan un examen de conocimiento en ciencias naturales, cuyas características permiten considerar que la calificación que obtenga cada niño en este estudio, es un indicador de su nivel de conocimiento. Al aplicar este examen a todos los niños que asisten a las escuelas primarias de las zonas urbanas del estado, se encuentra que el promedio de calificaciones es 7.5.

Los profesores sospechan que los niños de las zonas rurales del estado tienen un nivel de conocimiento en ciencias naturales diferente del obtenido en las zonas urbanas. Como las zonas rurales del estado en cuestión, son de difícil acceso, resulta poco práctico aplicar el examen en todas las escuelas de dicha zona. Por ello los profesores deciden trabajar con una muestra representativa de 50 niños de estas zonas rurales. Así, el promedio de las calificaciones obtenidas por los 50 niños será un estimador del promedio de interés: el de las calificaciones de todos los niños de las zonas rurales del estado.

1. Considerando lo anterior específica:

- La variable de estudio: _____
- La población: _____
- El parámetro. _____
- Estimador puntual: _____

2. Supongamos que la media muestral obtenida para la zona rural es de 7.86. ¿Podríamos afirmar que, como esta media es diferente de 7.5, el promedio real de conocimientos en zonas rurales difiere significativamente del promedio de conocimientos de las zonas urbanas? _____

Porqué? _____

3. Plantea las siguientes hipótesis de investigación:

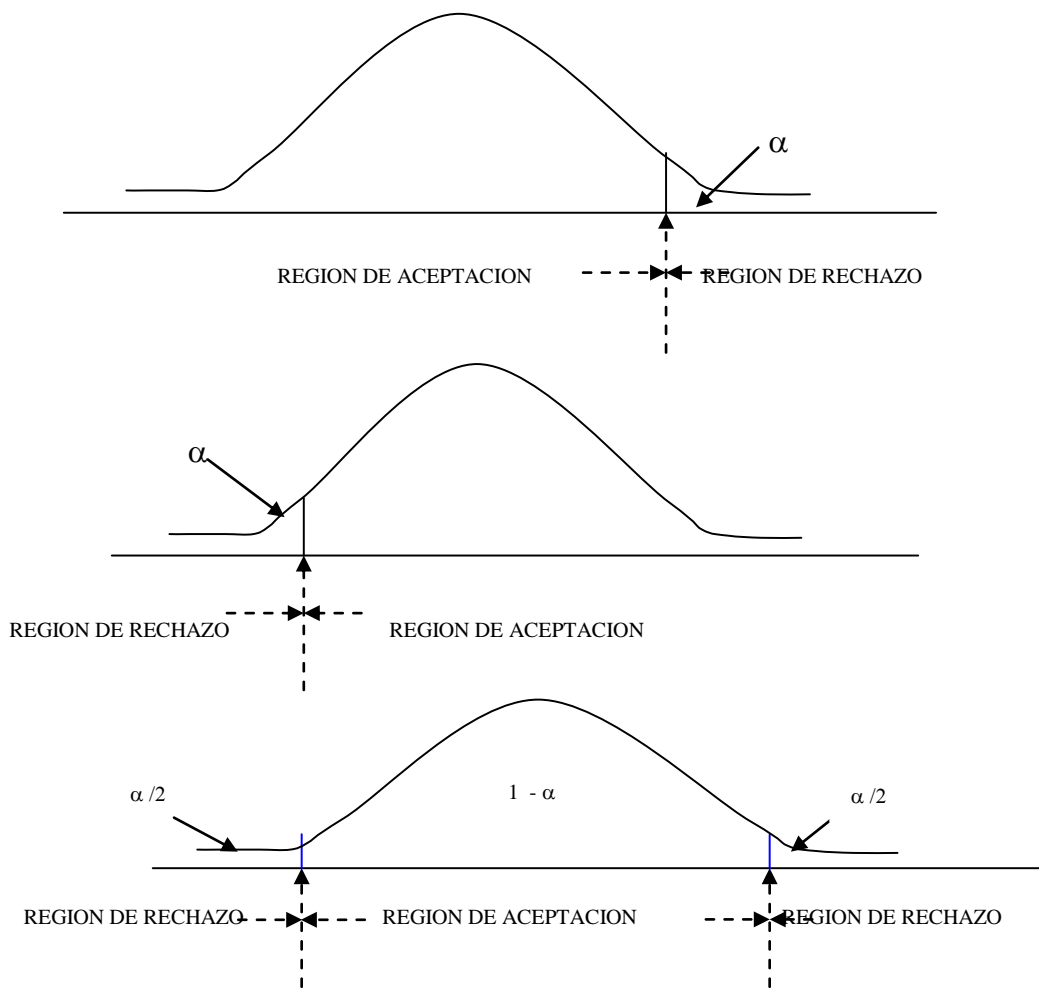
- “El nivel promedio de conocimientos en ciencias naturales de los niños de zonas rurales difiere del de los niños de las zonas urbanas” _____
- “El nivel promedio de conocimientos en ciencias naturales de los niños de las zonas rurales es menor que el de los niños de las zonas urbanas”; _____
- “El nivel promedio de conocimientos en ciencias naturales de los niños de las zonas rurales es mayor que el de los niños de las zonas urbanas”. _____

LAS HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

4. Si consideramos que μ es el promedio real de conocimientos en ciencias naturales para niños de escuelas primarias, compare las siguientes hipótesis nulas y alternativas, relacionando ésta última con algunas de las hipótesis de investigación planteadas anteriormente.

- a. $H_0 : \mu = 7.5$
 $H_1 : \mu \neq 7.5$
- b. $H_0 : \mu = 7.5$
 $H_1 : \mu > 7.5$
- c. $H_0 : \mu = 7.5$
 $H_1 : \mu < 7.5$

Ahora, ¿Cómo las relacionaría usted con las gráficas siguientes? Recuerde que α es la probabilidad de cometer el error tipo I, esto es, la probabilidad de rechazar la hipótesis nula, cuando ésta es cierta.



TIPOS DE ERRORES

5. Clasifica los tipos de errores con su respectiva probabilidad:

- a. Error que se comete al concluir que el nivel de conocimiento promedio que tienen los niños en ciencias naturales en las zonas rurales del estado, difiere del que tienen los niños de las zonas urbanas, cuando en realidad no hay diferencia. _____. La probabilidad de cometer este error se denota por _____

- b. Error que se comete al concluir que el nivel de conocimiento promedio en ciencias naturales para los niños de las zonas rurales del estado, es igual al que tienen los de las zonas urbanas, cuando en realidad si hay diferencia_____. La probabilidad de cometer este error se denota por _____

CÁLCULO DEL ESTADÍSTICO DE PRUEBA

Para tomar la decisión de rechazar o no rechazar una hipótesis nula utilizamos un estadístico de prueba adecuado. En este caso la muestra es de cincuenta niños, que podríamos considerar como una muestra grande, y si consideramos que σ representa la desviación estándar poblacional, entonces el estadístico de prueba a utilizar es:

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

REGLA DE DECISIÓN

6. Fijando $\sigma = 0.91$, $n = 50$ y $\alpha = 0.05$, obtenga la conclusión estadística, si la media muestral toma los valores indicados en la columna de la izquierda de la siguiente tabla. Igualmente calcule su p-valor:

Media muestral	Z_{calc}	Región de no rechazo de H_0	Decisión estadística: ¿se rechaza H_0 ?	p-valor
7.00				
7.14				
7.35				
7.50				
7.65				
7.86	2.79	(-1.96, 1.96)	Sí	.0052
8.00				

* El p-valor es la probabilidad de observar los resultados muestrales obtenidos, cuando se considera cierto lo planteado en la hipótesis nula.

- a. ¿Qué relación guarda la distancia entre la media muestral y la media poblacional ($\mu = 7.5$) con la distancia entre Z_c y cero, sabiendo que n y σ están fijos?

- b. ¿Qué relación guarda la distancia entre la media muestral y la media poblacional, con la conclusión estadística emitida?

- c. ¿Qué relación hay entre el nivel de significancia y p-valor obtenido, con el rechazo o no de la hipótesis nula?

7. Fijemos ahora, la media muestral en 7.86, $n=50$ y $\alpha=0.05$. Obtenga la conclusión estadística si la desviación estándar poblacional σ toma los valores indicados en la primera columna de la siguiente tabla:

σ	Z_{calc}	Región de no rechazo de H_0	Decisión estadística: ¿se rechaza H_0 ?	p-valor
0.30				
0.50				
0.71				
0.91	2.79	(-1.96,1.96)	Sí	.0052
1.10				
1.30				
1.50				

a. ¿Qué relación hay entre la desviación estándar σ y el valor Z_{calc} del estadístico de prueba?

b. ¿Qué relación hay entre la desviación estándar σ y la conclusión estadística?

8. Si ahora se establece una media muestral de 7.86, $\sigma=0.91$ y $\alpha=0.05$, obtenga la conclusión estadística si el tamaño de muestra n , asume los valores indicados en la columna de la izquierda de la siguiente tabla:

n	Z_{calc}	Región de no rechazo de H_0	Decisión estadística: ¿se rechaza H_0 ?	p-valor
30				
35				
45				
50	2.79	(-1.96,1.96)	Sí	.0052
55				
60				

a. ¿Qué relación hay entre el tamaño de la muestra y el valor Z_{calc} del estadístico de prueba?

b. ¿Qué relación hay entre tamaño de muestra y longitud del intervalo formado con $(-Z_{\text{calc}}, Z_{\text{calc}})$?

9. Consideremos ahora una media muestral de 7.86, $\sigma=0.91$ y $n=50$, obtenga la conclusión estadística si α toma cada uno de los valores indicados en la primera columna de la siguiente tabla:

α	Z_{calc}	Región de no rechazo de H_0	Decisión estadística: ¿se rechaza H_0 ?	p-valor
0.10				
0.05	2.79	(-1.96, 1.96)	Sí	.0052
0.02				
0.005				
0.002				
0.001				

a. ¿Qué relación hay entre α y la amplitud de la región de no rechazo de H_0 ?

b. ¿Cuáles son los diferentes niveles de confianza para el no rechazo de H_0 ?

PROBLEMA 2

Un especialista en lectura hace una investigación acerca de las repercusiones que puede tener el uso de textos programados en estudiantes preuniversitarios. Él sospecha que el uso de textos programados no fomenta la comprensión de la lectura. Una investigación reciente reporta que se aplicó una prueba de comprensión de lectura, cuyo puntaje se distribuye normalmente, a estudiantes que usaron textos programados en sus estudios preuniversitarios, y en ésta se obtuvo una puntuación promedio de 4.25. El especialista plantea que si esta prueba se aplicara a estudiantes que no usaron textos programados en sus estudios preuniversitarios, el promedio de puntajes sería mayor, pero como en la investigación citada no se reportan informes acerca de estos últimos elige aleatoriamente a 125 de ellos y les aplica la prueba de comprensión de lectura antes mencionada. De esta muestra se obtiene un promedio de 5.30 y una desviación estándar de 1.8. Si se usa un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, proporcionan estos datos evidencia suficiente para apoyar el planteamiento del especialista?

1. ¿Cuál es:

- la variable a medir,
- el parámetro y la población en estudio?
-

2. Plantee las hipótesis nula y alternativa, para este problema:

$$H_0 :$$

$$H_1 :$$

3. Establezca la regla de decisión:

4. Calcule el estadístico de prueba:

5. Calcule el p valor:

6. Decisión estadística:

7. En términos del problema planteado, interprete los resultados obtenidos:

PROBLEMA 3

En un informe acerca de la deserción escolar, se menciona que en las universidades de cierto país, el 40% de los alumnos que abandonan sus estudios es porque carecen de recursos económicos. Un sociólogo piensa que en su país esto no coincide con la realidad. Para someter esto a prueba obtiene una muestra aleatoria de 70 estudiantes desertores, y encuentra que 30 de ellos carecen de recursos económicos. ¿Puede el sociólogo, con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, considerar que, entre los alumnos desertores en su país, los que carecen de recursos económicos son un porcentaje distinto de 40?

1. Cuál es:

- a. la variable a medir,
- b. el parámetro y la población en estudio?

2. Plantee las hipótesis nula y alternativa:

$$H_0 :$$

$$H_1 :$$

3. Establezca la regla de decisión:

4. Calcule el estadístico de prueba:

5. Calcule el p valor:

6. Decisión estadística:

7. En términos del problema planteado, interprete los resultados obtenidos: