

Series de Tiempo

1. Requisitos de Estadística Descriptiva:
 - a. Media, Mediana
 - b. Desviación estándar
 - c. Regresión lineal
2. Qué es una serie de tiempo
 - a. Componentes de la Serie de Tiempo (tipos de variación):
 - i. Tendencia secular
 - ii. Variación estacional
 - iii. Variación cíclica
 - iv. Variación irregular
 - b. Tendencia de una serie
 - i. Lineal
 - ii. No lineal
 - c. Métodos de Suavizamiento de la Serie
 - i. Promedios móviles
 - ii. Promedios móviles ponderados
 - iii. Suavizamiento exponencial
 - d. Pronósticos y su precisión
 - i. Promedios móviles
 - ii. Promedios móviles ponderados
 - iii. Suavizamiento exponencial

Series de Tiempo

Por serie de tiempo nos referimos a datos estadísticos que se recopilan, observan o registran en intervalos de tiempo regulares (diario, semanal, semestral, anual, entre otros). El término serie de tiempo se aplica por ejemplo a datos registrados en forma periódica que muestran, por ejemplo, las ventas anuales totales de almacenes, el valor trimestral total de contratos de construcción otorgados, el valor trimestral del PIB.

a. Componentes de la serie de tiempo

Supondremos que en una serie existen cuatro tipos básicos de variación, los cuales sobrepuestos o actuando en concierto, contribuyen a los cambios observados en un período de tiempo y dan a la serie su aspecto errático. Estas cuatro componentes son: Tendencia secular, variación estacional, variación cíclica y variación irregular.

Supondremos, además, que existe una relación multiplicativa entre estas cuatro componentes; es decir, cualquier valor de una serie es el producto de factores que se pueden atribuir a las cuatro componentes.

1. Tendencia secular: La tendencia secular o tendencia a largo plazo de una serie es por lo común el resultado de factores a largo plazo. En términos intuitivos, la tendencia de una serie de tiempo caracteriza el patrón gradual y consistente de las

variaciones de la propia serie, que se consideran consecuencias de fuerzas persistentes que afectan el crecimiento o la reducción de la misma, tales como: cambios en la población, en las características demográficas de la misma, cambios en los ingresos, en la salud, en el nivel de educación y tecnología. Las tendencias a largo plazo se ajustan a diversos esquemas. Algunas se mueven continuamente hacia arriba, otras declinan, y otras más permanecen igual en un cierto período o intervalo de tiempo.

2. **Variación estacional:** El componente de la serie de tiempo que representa la variabilidad en los datos debida a influencias de las estaciones, se llama componente estacional. Esta variación corresponde a los movimientos de la serie que recurren año tras año en los mismos meses (o en los mismos trimestres) del año poco más o menos con la misma intensidad. Por ejemplo: Un fabricante de albercas inflables espera poca actividad de ventas durante los meses de otoño e invierno y tiene ventas máximas en los de primavera y verano, mientras que los fabricantes de equipo para la nieve y ropa de abrigo esperan un comportamiento anual opuesto al del fabricante de albercas.
3. **Variación cíclica:** Con frecuencia las series de tiempo presentan secuencias alternas de puntos abajo y arriba de la línea de tendencia que duran más de un año, esta variación se mantiene después de que se han eliminado las variaciones o tendencias estacional e irregular. Un ejemplo de este tipo de variación son los ciclos comerciales cuyos períodos recurrentes dependen de la prosperidad, recesión, depresión y recuperación, las cuales no dependen de factores como el clima o las costumbres sociales.
4. **Variación Irregular:** Esta se debe a factores a corto plazo, imprevisibles y no recurrentes que afectan a la serie de tiempo. Como este componente explica la variabilidad aleatoria de la serie, es impredecible, es decir, no se puede esperar predecir su impacto sobre la serie de tiempo. Existen dos tipos de variación irregular: a) Las variaciones que son provocadas por acontecimientos especiales, fácilmente identificables, como las elecciones, inundaciones, huelgas, terremotos. b) Variaciones aleatorias o por casualidad, cuyas causas no se pueden señalar en forma exacta, pero que tienden a equilibrarse a la larga.

b. Tendencia de una serie

1. Tendencia lineal

Como se dijo antes, la tendencia de una serie viene dada por el movimiento general a largo plazo de la serie. La tendencia a largo plazo de muchas series de negocios (industriales y comerciales), como ventas, exportaciones y producción, con frecuencia se aproxima a una línea recta. Esta línea de tendencia muestra que algo aumenta o disminuye a un ritmo constante. El método que se utiliza para obtener la línea recta de mejor ajuste es el Método de Mínimos Cuadrados.

2. Tendencia no lineal

Cuando la serie de tiempo presenta un comportamiento curvilíneo se dice que este comportamiento es no lineal. Dentro de las tendencias no lineales que pueden presentarse en una serie se encuentran, la polinomial, logarítmica, exponencial y potencial, entre otras.

c. Métodos de Suavizamiento de la Serie

1. Promedio móvil

Un promedio móvil se construye sustituyendo cada valor de una serie por la media obtenida con esa observación y algunos de los valores inmediatamente anteriores y posteriores. Se mostrará este método con los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1. Aplicar el método de promedios móviles para el pronóstico de ventas de gasolina a partir de la siguiente información:

Se considerará el promedio móvil a partir de las tres observaciones más recientes. En este caso se utilizará la siguiente ecuación:

$$\text{Promedio móvil} = \frac{\sum (n \text{ valores más recientes de datos})}{n}$$

Resumen de cálculos para promedios móviles de tres semanas

Semana	Valor de la serie de tiempo (miles de galones)	Pronóstico de la i-ésima semana con Promedios móviles
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	$(17+21+19)/3 = 19$
5	18	$(21+19+23)/3 = 21$
6	16	$((19+23+18)/3 = 20$
7	20	19
8	18	18
9	22	18
10	20	20
11	15	20
12	22	19

Los promedios móviles también se pueden construir tomando en cuenta valores adyacentes de las observaciones, por ejemplo: En el caso de determinar el promedio móvil para tres observaciones adyacentes de la tabla anterior, se tiene:

Semana	Valor de la serie de tiempo (miles de galones)	Pronóstico de la i-ésima semana con Promedios móviles para 3 años
1	17	
2	21	$(17+21+19)/3 = 19$
3	19	$(21+19+23)/3 = 21$
4	23	$(19+23+18)/3 = 20$
5	18	$(23+18+16)/3 = 19$
6	16	18
7	20	18
8	18	20
9	22	20
10	20	19
11	15	19
12	22	

2. Promedios móviles ponderados

Para mostrar el uso de éste método, se utilizará la primera parte del ejemplo anterior de la venta de gasolina. El método consiste en asignar un factor de ponderación distinto para cada dato. Generalmente, a la observación o dato más reciente a partir del que se quiere hacer el pronóstico, se le asigna el mayor peso, y este peso disminuye en los valores de datos más antiguos. En este caso, para pronosticar las ventas de la cuarta semana, el cálculo se realizaría de la siguiente manera:

$$\text{pronóstico para la cuarta semana} = \frac{1}{6}(17) + \frac{2}{6}(21) + \frac{3}{6}(19) = 19.33 \text{ galones}$$

Puede observarse que el dato más alejado (correspondiente a la primera semana) tiene el factor de ponderación más pequeño, el siguiente tiene un factor de ponderación del doble que el primero y el dato más reciente (que corresponde a la tercera semana) tiene un factor de ponderación del triple del primero. Los pronósticos para las diversas semanas se presentan en la siguiente tabla. En todos los casos, la suma de los factores de ponderación debe ser igual a uno.

Semana	Valor de la serie de tiempo (miles de galones)	Pronóstico de la i-ésima semana con Promedios móviles para 3 años
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	19.33
5	18	21.33
6	16	19.83
7	20	17.83
8	18	18.33
9	22	18.33
10	20	20.33
11	15	20.33
12	22	

3. Suavizamiento exponencial

El suavizamiento exponencial emplea un promedio ponderado de la serie de tiempo pasada como pronóstico; es un caso especial del método de promedios móviles ponderados en el cual sólo se selecciona un peso o factor de ponderación: el de la observación más reciente. En la práctica comenzamos haciendo que F_1 , el primer valor de la serie de valores uniformados, sea igual a Y_1 , que es el primer valor real de la serie. El modelo básico de suavizamiento exponencial es el siguiente:

$$F_{t+1} = \alpha Y_t + (1 - \alpha)F_t$$

Donde:

F_{t+1} = pronóstico de la serie de tiempo para el período $t+1$

Y_t = valor real de la serie de tiempo en el período t

F_t = pronóstico de la serie de tiempo para el período t

α = constante de suavizamiento, $0 \leq \alpha \leq 1$

En base a lo anterior, el pronóstico para el período dos se calcula de la siguiente manera:

$$F_2 = \alpha Y_1 + (1 - \alpha)F_1$$

$$F_2 = \alpha Y_1 + (1 - \alpha)Y_1$$

$$F_2 = Y_1$$

Como se observa, el pronóstico para el período 2 con suavizamiento exponencial es igual al valor real de la serie de tiempo en el período uno.

Para el período 3, se tiene que:

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)F_2$$

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)Y_1$$

Para el período 4 se tiene:

$$F_4 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha)F_3 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha)[\alpha Y_2 + (1 - \alpha)Y_1]$$

$$F_4 = \alpha Y_3 + \alpha(1 - \alpha)Y_2 + (1 - \alpha)^2 Y_1$$

Para mostrar el método de suavizamiento exponencial, retomamos el ejemplo de la gasolina, utilizando como constante de suavizamiento $\alpha = 0.2$:

Semana (t)	galores/semana Valor (Yi)	Pronóstico Ft
1	17	$F_1 = Y_1 = 17.00$
2	21	$F_2 = F_1 = 17.00$
3	19	$F_3 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha)F_2 = 17.80$
4	23	$F_4 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha)F_3 = 18.04$
5	18	$F_5 = \alpha Y_4 + (1 - \alpha)F_4 = 19.03$
6	16	$F_6 = \alpha Y_5 + (1 - \alpha)F_5 = 18.83$
7	20	$F_7 = \alpha Y_6 + (1 - \alpha)F_6 = 18.26$
8	18	$F_8 = \alpha Y_7 + (1 - \alpha)F_7 = 18.61$
9	22	$F_9 = \alpha Y_8 + (1 - \alpha)F_8 = 18.49$
10	20	$F_{10} = \alpha Y_9 + (1 - \alpha)F_9 = 19.19$
11	15	$F_{11} = \alpha Y_{10} + (1 - \alpha)F_{10} = 19.35$
12	22	$F_{12} = \alpha Y_{11} + (1 - \alpha)F_{11} = 18.48$